Guía
Del estudiante
Modalidad a distancia

Modulo

MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES PARA INGENIERÍA DE SISTEMAS

I SEMESTRE

DATOS DE IDENTIFICACION

TUTOR **Luis Enrique Alvarado Vargas**

Teléfono **435 29 52 – CEL. 310 768 90 67**

E-mail **leav70@gmail.com**

http://guias-uniminuto.wikispaces.com

Lugar **Madrid Cundinamarca**

BIENVENIDA

EL curso de Matemática Fundamental permite indicar un proceso de formación de Ingenieros de Sistemas que apropien competencias interpretativas, argumentativas y propositivas y competencias ciudadanas como líderes integrales en sus desempeños el curso pretende fortalecer procesos.

UNIDAD DE TRABAJO No.3

- ¿Cómo aplicar el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos a la Ingeniería de Sistemas?
- ¿A través los sistemas lineales y de las inecuaciones cómo se puede diseñar un modelo de programación lineal ¿

Contenidos

1. Ecuaciones de primero y segundo grado.
2. Bicuadradas e irracionales
3. Sistemas de ecuaciones.
4. Aplicaciones a la resolución de problemas
5. Inecuaciones.

Indicadores

- *Resolver ecuaciones de una sola variable de primero y segundo grado.*
- *Factorizar expresiones bicuadradas, utilizando los métodos de factorización estudiados.*
- *Aplicar los determinantes y los demás métodos de solución de sistemas lineales.*
- *Resolver inecuaciones y trazar las gráficas.*
- *Aplicar los sistemas lineales a la solución de problemas.*

Una **ecuación** es una **igualdad** que se cumple para algunos valores de las letras.

$x + 1 = 2 \qquad x = 1$

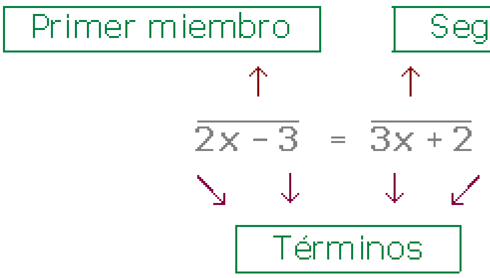
Elementos de una ecuación

Miembros

Los **miembros** de una **ecuación** son cada una de las expresiones que aparecen a ambos lados del signo igual.

Términos

Los **términos** de una **ecuación** son los **sumandos** que forman los **miembros** de una **ecuación**.



Incógnitas

La **incógnita** de una **ecuación** es el valor desconocido que se pretende determinar.

La **incógnita** de una **ecuación** se suele expresar con la letra **x**.

Soluciones

Las **SOLUCIONES** de una **ecuación** son los **valores** que deben tomar las **letras** para que la **igualdad** sea **cierta**.

$2x - 3 = 3x + 2 \qquad x = -5$

$2 \cdot (-5) - 3 = 3 \cdot (-5) + 2$

$-10 - 3 = -15 + 2 \qquad -13 = -13$

Grado

El **grado** de una **ecuación** es el **mayor de los grados** de los **monomios** que forman sus **miembros**.

Ecuaciones equivalentes

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen la misma solución.

$2x - 3 = 3x + 2 \qquad x = -5$

$x + 3 = -2 \qquad x = -5$

Criterios de equivalencia de ecuaciones

1. Si a los dos miembros de una ecuación se les suma o se les resta una misma cantidad, la ecuación es equivalente a la dada.

$x + 3 = -2$

$x + 3 - 3 = -2 - 3$

$x = -5$

2. Si a los dos miembros de una ecuación se les multiplica o se les divide una misma cantidad, la ecuación es equivalente a la dada.

$5x + 10 = 15$

$(5x + 10) : 5 = 15 : 5$

$x + 2 = 3$

$x + 2 - 2 = 3 - 2$

$x = 1$

Clases de ecuaciones

1. Ecuaciones polinómicas

1.1 Ecuaciones polinómicas enteras

Las ecuaciones polinómicas son de la forma **$P(x) = 0$** , donde $P(x)$ es un polinomio.

1.1.1 Ecuaciones de primer grado o lineales

Son del tipo **$ax + b = 0$** , con $a \neq 0$, ó cualquier otra ecuación en la que al operar, trasponer términos y simplificar adoptan esa expresión.

$(x + 1)^2 = x^2 - 2$

$x^2 + 2x + 1 = x^2 - 2$

$2x + 1 = -2$

$2x + 3 = 0$

1.1.2 Ecuaciones de segundo grado o cuadráticas

Son ecuaciones del tipo $ax^2 + bx + c = 0$, con $a \neq 0$.

Ecuaciones de segundo grado incompletas

$ax^2 = 0$

$ax^2 + b = 0$

$ax^2 + bx = 0$

1.1.3 Ecuaciones de tercer grado

Son ecuaciones del tipo $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, con $a \neq 0$.

1.1.4 Ecuaciones de cuarto grado

Son ecuaciones del tipo $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$, con $a \neq 0$.

Ecuaciones bicuadradas

Son ecuaciones de cuarto grado que no tiene términos de grado impar.

$ax^4 + bx^2 + c = 0$, con $a \neq 0$.

1.1.5 Ecuaciones de grado n

En general, las ecuaciones de grado n son de la forma:

$a_1x^n + a_2x^{n-1} + a_3x^{n-2} + ...+ a_0 = 0$

1.2. Ecuaciones polinómicas racionales

Las ecuaciones polinómicas son de la forma $\frac{P(x)}{Q(x)} = 0$, donde P(x) y Q(x) son polinomios.

$$\frac{1}{x^2 - x} - \frac{1}{x - 1} = 0$$

1.3. Ecuaciones polinómicas irracionales

Las ecuaciones irracionales son aquellas que tienen al menos un polinomio bajo el signo radical.

$$\sqrt[n]{P(x)} = 0$$

$$\frac{\sqrt[n]{P(x)}}{Q(x)} = 0$$

$$\frac{P(x)}{\sqrt[n]{Q(x)}} = 0$$

2. Ecuaciones no polinómicas

2.1 Ecuaciones exponenciales

Son ecuaciones en la que la incógnita aparece en el exponente.

$$2^{2x-1} = 4$$

$$\sqrt[2x-1]{3^{x-3}} = \sqrt{27}$$

$$2^{x+1} + 2^x + 2^{x-1} = 28$$

2.2 Ecuaciones logarítmicas

Son ecuaciones en la que la incógnita aparece afectada por un logaritmo.

$$\log 2 + \log\left(11 - x^2\right) = 2\log(5 - x)$$

$$4\log\left(\frac{x}{5}\right) + \log\left(\frac{625}{4}\right) = 2\log x$$

$$\log x = \frac{2 - \log x}{\log x}$$

2.3 Ecuaciones trigonométricas

Son las ecuaciones en las que la incógnita está afectada por una función trigonométrica. Como éstas son periódicas, habrá por lo general infinitas soluciones.

$$\cos 2x = 1 + 4\,sen\,x$$

$$\cos^2 x - 3\,sen^2 x = 0$$

$$2\,tg\,x - 3\cot g\;x - 1 = 0$$

Las **ecuaciones lineales o de primer grado** son del tipo **ax + b = 0** , con $a \neq 0$, ó cualquier otra ecuación en la que al operar, trasponer términos y simplificar adopten esa expresión.

Resolución de ecuaciones lineales

En general para **resolver una ecuación lineal o de primer grado** debemos seguir los siguientes **pasos**:

1º Quitar paréntesis.

2º Quitar denominadores.

3º Agrupar los términos en *x* en un miembro y los términos independientes en el otro.

4º Reducir los términos semejantes.

5º Despejar la incógnita.

Ejemplos de ecuaciones lineales

$2x = 6$

Despejamos la incógnita:

$x = \frac{6}{2}$ $x = 3$

$2x - 3 = 6 + x$

Agrupamos los términos semejantes y los independientes, y sumamos:

$2x - x = 6 + 3$ $x = 9$

$2(2x - 3) = 6 + x$

Quitamos paréntesis:

$4x - 6 = 6 + x$

Agrupamos términos y sumamos:

$4x - x = 6 + 6$ $3x = 12$

Despejamos la incógnita:

$$x = \frac{12}{3} \qquad x = 4$$

$$\frac{x-1}{6} - \frac{x-3}{2} = -1$$

Quitamos denominadores, para ello en primer lugar hallamos el mínimo común múltiplo.

$$\text{m.c.m.}(6,\ 2) = 6$$

$$x - 1 - 3(x - 3) = -6$$

Quitamos paréntesis, agrupamos y sumamos los términos semejantes:

$$x - 1 - 3x + 9 = -6; \qquad x - 3x = -6 - 9 + 1; \qquad -2x = -14$$

Despejamos la incógnita:

$$2x = 14 \qquad x = \frac{14}{2} \qquad x = 7$$

$$\frac{3}{4}(2x + 4) = x + 19$$

Quitamos paréntesis y simplificamos:

$$\frac{6}{4}x + \frac{12}{4} = x + 19 \qquad \frac{3}{2}x + 3 = x + 19$$

Quitamos denominadores, agrupamos y sumamos los términos semejantes:

$$3x + 6 = 2x + 38 \qquad 3x - 2x = 38 - 6 \qquad x = 32$$

$$2-\left[-2\cdot(x+1)-\frac{x-3}{2}\right]=\frac{2x}{3}-\frac{5x-3}{12}+3x$$

Quitamos corchete:

$$2-\left(-2x-2-\frac{x-3}{2}\right)=\frac{2x}{3}-\frac{5x-3}{12}+3x$$

Quitamos paréntesis:

$$2+2x+2+\frac{x-3}{2}=\frac{2x}{3}-\frac{5x-3}{12}+3x$$

Quitamos denominadores:

$$24+24x+24+6\cdot(x-3)=8x-(5x-3)+36x$$

Quitamos paréntesis:

$$24+24x+24+6x-18=8x-5x+3+36x$$

Agrupamos términos:

$$24x+6x-8x+5x-36x=3-24-24+18$$

Sumamos:

$$-9x=-27$$

Dividimos los dos miembros por: −9

$$x=3$$

Ejercicios de ecuaciones lineales

1. $4(x-10)=-6(2-x)-6x$

$$4x - 40 = -12 + 6x - 6x$$

$$4x - 6x + 6x = -12 + 40$$

$$4x = 28 \qquad x = 7$$

2. $2(x+1) - 3(x-2) = x + 6$

$$2x + 2 - 3x + 6 = x + 6$$

$$2x - 3x - x = 6 - 2 - 6$$

$$-2x = -2 \qquad x = 1$$

3. $\dfrac{x-1}{4} - \dfrac{x-5}{36} = \dfrac{x+5}{9}$

$$m.c.m.(4, 36, 9) = 36$$

$$9(x-1) - (x-5) = 4(x+5)$$

$$9x - 9 - x + 5 = 4x + 20$$

$$9x - x - 4x = 20 + 9 - 5$$

$$4x = 24 \qquad x = 6$$

4. $6\left(\dfrac{x+1}{8} - \dfrac{2x-3}{16}\right) = 3\left(\dfrac{3}{4}x - \dfrac{1}{4}\right) - \dfrac{3}{8}(3x-2)$

$$\frac{6(x+1)}{8} - \frac{6(2x-3)}{16} = \frac{9}{4}x - \frac{3}{4} - \frac{9}{8}x + \frac{6}{8}$$

$$\frac{6x+6}{8}-\frac{12x-18}{16}=\frac{9}{4}x-\frac{3}{4}-\frac{9}{8}x+\frac{6}{8}$$

$$m.c.m.(8,\ 16,\ 4)=16$$

$$2(6x+6)-(12x-18)=36x-12-18x+12$$

$$\cancel{12x}+12\cancel{-12x}+18=36x\cancel{-12}-18x\cancel{+12}$$

$$12+18=36x-18x$$

$$18x=30 \qquad 3x=5 \qquad x=\frac{5}{3}$$

5. $\frac{4}{x-3}=\frac{5}{x-2}$

$$4(x-2)=5(x-3)$$

$$4x-8=5x-15$$

$$-8+15=5x-4x$$

$$x=7$$

6. $2-\left[-2\cdot(x+1)-\frac{x-3}{2}\right]=\frac{2x}{3}-\frac{5x-3}{12}+3x$

$$2-\left(-2x-2-\frac{x-3}{2}\right)=\frac{2x}{3}-\frac{5x-3}{12}+3x$$

$$2+2x+2+\frac{x-3}{2}=\frac{2x}{3}-\frac{5x-3}{12}+3x$$

$$24+24x+24+6\cdot(x-3)=8x-(5x-3)+36x$$

$$24 + 24x + 24 + 6x - 18 = 8x - 5x + 3 + 36x$$

$$24x + 6x - 8x + 5x - 36x = 3 - 24 - 24 + 18$$

$$-9x = -27$$

$$x = 3$$

7. $\dfrac{3x+1}{7} - \dfrac{2-4x}{3} = \dfrac{-5x-4}{14} + \dfrac{7x}{6}$

$$m.c.m.(7, 3, 14, 6) = 42$$

$$6(3x+1) - 14(2-4x) = 3(-5x-4) + 49x$$

$$18x + 6 - 28 + 56x = -15x - 12 + 49x$$

$$18x + 56x + 15x - 49x = -12 - 6 + 28$$

$40x = 10$ $\qquad 4x = 1$ $\qquad x = \dfrac{1}{4}$

8. $\dfrac{5}{x-7} = \dfrac{3}{x-2}$

$$5(x-2) = 3(x-7)$$

$$5x - 10 = 3x - 21$$

$$5x - 3x = -21 + 10$$

$2x = -11$ $\qquad x = -\dfrac{11}{2}$

9. $\frac{2}{3}\left[x-\left(1-\frac{x-2}{3}\right)\right]+1=x$

$\frac{2}{3}\left(x-1+\frac{x-2}{3}\right)+1=x$

$\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}+\frac{2x-4}{9}+1=x$

$6x-6+2x-4+9=9x$

$-x=1 \qquad x=-1$

Para realizar un **problemas de ecuaciones** en primer lugar lo tenemos que expresar en l**enguaje algebraico** y posteriormente resolver la ecuación resultante.

Expresiones algebraicas comunes

El **doble o duplo** de un número: **2x**

El **triple** de un número: **3x**

El **cuádruplo** de un número: **4x**

La **mitad** de un número: **x/2.**

Un **tercio** de un número: **x/3.**

Un **cuarto** de un número: **x/4.**

Un número es **proporcional** a 2, 3, 4, ...: **2x, 3x, 4x,..**

Un número al **cuadrado**: x^2

Un número al **cubo**: x^3

Dos números **consecutivos**: **x** y **x + 1.**

Dos números **consecutivos pares**: **2x** y **2x + 2.**

Dos números **consecutivos impares**: **2x + 1** y **2x + 3**.

Descomponer 24 **en dos partes**: **x** y **24 − x.**

La **suma** de dos números es 24: **x** y **24 − x.**

La **diferencia** de dos números es 24: **x** y **24 + x.**

El **producto** de dos números es 24: **x** y **24/x.**

El **cociente** de dos números es 24; **x** y **24 · x.**

Problemas de móviles

Para plantear problemas sobre móviles que llevan velocidad constante se utilizan las fórmulas del movimiento rectilíneo uniforme:

espacio = velocidad × tiempo

$e = v \cdot t$

1^er caso

Los móviles van en sentido contrario.

$e_{AC} + e_{BC} = e_{AB}$

Dos ciudades A y B distan 300 km entre sí. A las 9 de la mañana parte de la ciudad A un coche hacia la ciudad B con una velocidad de 90 km/h, y de la ciudad B parte otro hacia la ciudad A con una velocidad de 60 km/h. Se pide:

1 El tiempo que tardarán en encontrarse.

$90t + 60t = 300$ $150t = 300$ $\mathbf{t = 2}$ **horas**

2 La hora del encuentro.

Se encontraran a las **11 de la mañana** .

3 La distancia recorrida por cada uno.

$e_{AB} = 90 \cdot 2 =$ **180 km**

$e_{BC} = 60 \cdot 2 =$ **120 km**

2º caso

Los móviles van en el mismo sentido.

$\mathbf{e_{AC} - e_{BC} = e_{AB}}$

Dos ciudades A y B distan 180 km entre sí. A las 9 de la mañana sale de un coche de cada ciudad y los dos coches van en el mismo sentido. El que sale de A circula a 90 km/h, y el que sale de B va a 60 km/h. Se pide:

1 El tiempo que tardarán en encontrarse.

$90t - 60t = 180$ $30t = 180$ **$t = 6$ horas**

2 La hora del encuentro.

Se encontraran a las **3 de la tarde** .

3 La distancia recorrida por cada uno.

$e_{AB} = 90 \cdot 6 =$ **540 km**

$e_{BC} = 60 \cdot 6 =$ **360 km**

3er caso

Los móviles parten del mismo punto y con el mismo sentido.

$\mathbf{e_1 = e_2}$

Un coche sale de la ciudad A a la velocidad de 90 km/h. Tres horas más tarde sale de la misma ciudad otro coche en persecución del primero con una velocidad de 120 km/h. Se pide:

1 El tiempo que tardará en alcanzarlo.

$90t = 120 \cdot (t - 3)$

$90t = 120t - 360$ $-30t = -360$ **$t = 12$ horas**

2 La distancia a la que se produce el encuentro.

$e_1 = 90 \cdot 12 =$ **1080 km**

Problemas de grifos

En una hora el primer grifo llena **1/t_1** del depósito.

En una hora el segundo grifo llena **1/t_2** del depósito.

Si existe un desagüe

En una hora el desagüe vacia **1/t_3** del depósito.

En una hora los dos grifos juntos habrán llenado:

Sin desagüe

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} = \frac{1}{x}$$

Con desagüe

$$\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_3} = \frac{1}{x}$$

Un grifo tarda en llenar un depósito tres horas y otro grifo tarda en llenarlo cuatro horas. ¿Cuánto tiempo tardarán en llenar los dos grifos juntos el depósito?

En una hora el primer grifo llena 1/3 del depósito.

En una hora el segundo grifo llena 1/4 del depósito.

En una hora los dos grifos juntos habrán llenado:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1}{x}$$

$$\frac{4+3}{12} = \frac{1}{x} \qquad \frac{7}{12} = \frac{1}{x}$$

$7x = 12$ **$x = 12/7$ horas**

Problemas de mezclas

$C_1 \longrightarrow$ 1ª cantidad. $C_1 = x$

$C_2 \longrightarrow$ 2ª cantidad. $C_2 = C_m - x$

$C_m \longrightarrow$ Cantidad de la mezcla $C_m = C_1 + C_2$

$P_1 \longrightarrow$ Precio de la 1ª cantidad

$P_2 \longrightarrow$ Precio de la 2ª cantidad

$P_m \longrightarrow$ Precio de la mezcla

$$C_1 \cdot P_1 + C_2 \cdot P_2 = C_m \cdot P_m$$

También podemos poner los datos en una tabla

	Cantidad	Precio	Coste
1ª sustancia	C_1	P_1	$C_1 \cdot P_1$
2ª sustancia	C_2	P_2	$C_2 \cdot P_2$
Mezcla	$C_1 + C_2$	P	$C_1 \cdot P_1 + C_2 \cdot P_2$

$$C_1 \cdot P_1 + C_2 \cdot P_2 = (C_1 + C_2) \cdot P_m$$

Un comerciante tiene dos clases de café, la primera a 40 € el kg y la segunda a 60 € el kg.

¿Cuantos kilogramos hay que poner de cada clase de café para obtener 60 kilos de mezcla a 50 € el kg?

	1ª clase	2ª clase	Total
Nº de kg	x	60 − x	60
Valor	40 · x	60 · (60 − x)	60 · 50

$40x + 60 \cdot (60 - x) = 60 \cdot 50$

$40x + 3600 - 60x = 3000; \quad -60x + 40x = 3000 - 3600; \quad 20x = 600$

$x = 30; \quad 60 - 30 = 30$

Tenemos que mezclar 30 kg de la 1ª clase y otros 30 de la 2ª clase.

Problemas de aleaciones

La **ley de la aleación es la relación entre el peso del metal fino**, es decir, más valioso, **y el peso total**.

Se resuelven del mismo modo que los problemas de mezclas, teniendo en cuenta que la **ley de la aleación equivale al precio de la mezcla**.

$$C_1 \cdot L_1 + C_2 \cdot L_2 = (C_1 + C_2) \cdot L_a$$

Se tienen dos lingotes de plata, uno de ley 0.750 y otro de ley 0.950. ¿Qué peso hay que tomar de cada lingote para obtener 1800 g de plata de ley 0.900?

	1ª ley	2ª ley	Total
Nº de g	x	1800 − x	1800
Plata	0.750 · x	0.950 · (1800−x)	0.900 · 1800

$0.750 \cdot x + 0.950 \cdot (1\,800 - x) = 0.9 \cdot 1800$

$0.750\,x + 1\,710 - 0.950x = 1\,620$

$0.750x - 0.950x = 1\,620 - 1\,710$

$-0.2x = -90 \qquad x = 450$

1ª ley $\rightarrow$ **450 g**

2ª ley $\rightarrow$ **1350 g**

Las **ecuaciones cuadráticas o de segundo grado** son las expresiones de la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ con } a \neq 0.$$

Para **resolver ecuaciones de segundo grado** utilizamos la siguiente fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} \nearrow x_1 = \frac{6}{2} = 3 \\ \searrow x_2 = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

Si es a<0, multiplicamos los dos miembros por (−1).

$$-x^2 + 7x - 10 = 0$$

$$(-1) \cdot (-x^2 + 7x - 10) = (-1) \cdot 0$$

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \cdot 10}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 40}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2} = \begin{cases} \nearrow x_1 = \frac{10}{2} = 5 \\ \searrow x_2 = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

Ecuaciones cuadráticas incompletas

Una **ecuación cuadrática o de segundo grado** es **incompleta** si alguno de los coeficientes, b o c, o ambos, son iguales a cero.

$ax^2 = 0$

La solución es x = 0.

$2x^2 = 0 \qquad x = 0$

$\frac{2}{5}x^2 = 0 \qquad x = 0$

$ax^2 + bx = 0$

Extraemos factor común x:

$x(ax + b) = 0$

$x = 0$

$ax + b = 0 \qquad x = \frac{-b}{a}$

$x^2 - 5x = 0$

$x(x - 5) = 0$

$x = 0$

$x - 5 = 0 \qquad x = 5$

$ax^2 + c = 0$

Despejamos:

$$ax^2 = -c \qquad x^2 = \frac{-c}{a} \qquad x = \pm\sqrt{\frac{-c}{a}} \begin{array}{l} \nearrow x_1 = \sqrt{\frac{-c}{a}} \\ \searrow x_2 = -\sqrt{\frac{-c}{a}} \end{array}$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$x^2 = 25 \qquad x = \pm\sqrt{25} \begin{cases} \nearrow x_1 = \sqrt{25} = 5 \\ \searrow x_2 = -\sqrt{25} = -5 \end{cases}$$

$$2x^2 + 8 = 0$$

$$2x^2 = -8 \qquad x^2 = -4 \qquad x = \pm\sqrt{-4} \notin \mathbb{R}$$

Soluciones de la ecuación cuadrática

$ax^2 + bx + c = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\boxed{b^2 - 4ac}}}{2a} \rightarrow \text{Discriminante}$$

$b^2 - 4ac$ se llama **discriminante** de la ecuación y permite averiguar en cada ecuación el número de soluciones. Podemos distinguir tres casos:

$b^2 - 4ac > 0$

La ecuación tiene dos soluciones, que son números reales distintos.

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} \nearrow x_1 = \frac{6}{2} = 3 \\ \searrow x_2 = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

$b^2 - 4ac = 0$

La ecuación tiene una solución doble.

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{2 \pm 0}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$b^2 - 4ac < 0$

La ecuación no tiene soluciones reales.

$x^2 + x + 1 = 0$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4}}{1} = \frac{1 \pm \sqrt{-3}}{1} \notin \mathbb{R}$$

Propiedades de las soluciones de la ecuaciones cuadráticas

La suma de las soluciones de una ecuación de segundo grado es igual a:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

El producto de las soluciones de una ecuación de segundo grado es igual a:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

Ecuación cuadrática a partir de sus soluciones

Si conocemos las raíces de una ecuación, podemos escribir ésta como:

$$x^2 - Sx + P = 0$$

Siendo $S = x_1 + x_2$ y $P = x_1 \cdot x_2$

Escribe una ecuación de segundo grado cuyas soluciones son: 3 y −2.

S= 3 − 2 = 1

P = 3 · 2 = 6

$$x^2 - x + 6 = 0$$

Factorización de la ecuaciones cuadráticas

$$a\,x^2 + bx + c = 0$$

$$a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2) = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} \nearrow x_1 = \frac{6}{2} = 3 \\ \searrow x_2 = \frac{4}{2} = 2 \end{cases}$$

$$(x - 2) \cdot (x - 3) = 0$$

$$x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \cdot 4}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$(x+2)^2 = 0$$

Para resolver **ecuaciones fraccionarias o racionales** se multiplican ambos miembros de la ecuación por el mínimo común múltiplo de los denominadores.

Debemos comprobar las soluciones**,** para rechazar posibles soluciones extrañas provenientes de la ecuación transformada (la resultante de multiplicar por el mínimo común múltiplo), pero que no lo son de la ecuación original.

$$\frac{1}{x^2 - x} - \frac{1}{x - 1} = 0$$

$$x^2 - x = x(x-1)$$

$$m.c.m.(x^2 - x,\ x - 1) = x(x-1)$$

$$1 - x = 0 \qquad x = 1$$

Comprobamos la solución:

$$\frac{1}{1-1} - \frac{1}{1-1} = 0 \qquad \frac{1}{0} - \frac{1}{0} = 0$$

La ecuación no tiene solución porque para x = 1 se anulan los denominadores.

$$\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+2} = \frac{1}{x^2 - 4}$$

$$x^2 - 4 = (x-2)\cdot(x+2)$$

$$m.c.m.(x-2, x+2, x^2-4) = (x-2)\cdot(x+2)$$

$$x+2+x-2=1 \qquad 2x=1 \qquad x=\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{2}-2} + \frac{1}{\frac{1}{2}+2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4}$$

$$\frac{1}{-\frac{3}{2}} + \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{1}{\frac{-15}{4}} \qquad -\frac{2}{3}+\frac{2}{5} = -\frac{4}{15} \qquad -\frac{4}{15} = -\frac{4}{15}$$

La solución es: $x = \frac{1}{2}$

Las **ecuaciones bicuadradas** son del tipo:

$ax^4 + bx^2 + c = 0$

Para **resolver ecuaciones bicuadradas**, efectuamos el cambio **$x^2 = t$, $x^4 = t^2$;** con lo que genera una ecuación de segundo grado con la incógnita t:

$at^2 + bt + c = 0$

Por cada valor positivo de t habrá dos valores de x:

$$x = \pm\sqrt{t}$$

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$x^2 = t$$

$$t^2 - 13t + 36 = 0$$

$$t = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2} = \begin{cases} \nearrow t_1 = \frac{18}{2} = 9 \\ \searrow t_2 = \frac{8}{2} = 4 \end{cases}$$

$$x^2 = 9 \qquad x = \pm\sqrt{9} = \begin{cases} \nearrow x_1 = 3 \\ \searrow x_2 = -3 \end{cases}$$

$$x^2 = 4 \qquad x = \pm\sqrt{4} = \begin{cases} \nearrow x_3 = 2 \\ \searrow x_4 = -2 \end{cases}$$

El mismo procedimiento podemos utilizar para resolver las ecuaciones del tipo:

$ax^6 + bx^3 + c = 0$

$ax^8 + bx^4 + c = 0$

$ax^{10} + bx^5 + c = 0$

$$x^6 - 7x^3 + 6 = 0$$

$$x^3 = t$$

$$t^2 - 7t + 6 = 0$$

$$t = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{2} = \frac{7 \pm 5}{2} = \begin{cases} \nearrow t_1 = \frac{12}{2} = 6 \\ \searrow t_2 = \frac{2}{2} = 1 \end{cases}$$

$$x^3 = 6 \qquad x = \sqrt[3]{6}$$

$$x^3 = 1 \qquad x = \sqrt[3]{1} \qquad x = 1$$

Ejercicios de ecuaciones bicuadradas

1 $x^4 - 61x^2 + 900 = 0$

$x^2 = t$

$t^2 - 61t + 900 = 0$

$$t = \frac{61 \pm \sqrt{3721 - 3600}}{2} = \frac{61 \pm 11}{2} = \begin{cases} t_1 = 36 \\ t_2 = 25 \end{cases}$$

$x^2 = 36 \qquad x = \pm\sqrt{36} \begin{cases} x_1 = 6 \\ x_2 = -6 \end{cases}$

$x^2 = 25 \qquad x = \pm\sqrt{25} \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -5 \end{cases}$

2 $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$

$x^2 = t$

$t^2 - 25t + 144 = 0$

$$t = \frac{25 \pm \sqrt{625 - 576}}{2} = \frac{25 \pm 7}{2} = \begin{cases} t_1 = 16 \\ t_2 = 9 \end{cases}$$

$x^2 = 16 \qquad x = \pm\sqrt{16} \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -4 \end{cases}$

$$x^2 = 9 \qquad x = \pm\sqrt{9} \begin{cases} x_3 = 3 \\ x_4 = -3 \end{cases}$$

$$3x^4 - 16x^2 - 225 = 0$$

$$x^2 = t$$

$$t^2 - 16t - 225 = 0$$

$$t = \frac{16 \pm \sqrt{256 + 900}}{2} = \frac{16 \pm 34}{2} = \begin{cases} t_1 = 25 \\ t_2 = -9 \end{cases}$$

$$x^2 = 25 \qquad x = \pm\sqrt{25} \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -5 \end{cases}$$

$$x^2 = -9 \qquad x = \pm\sqrt{-9} \notin \mathbb{R}$$

Sistemas de ecuaciones lineales

Un sistema de ecuaciones lineales es un conjunto de ecuaciones lineales.

Ejemplo 16: $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - y = 0 \end{cases}$ es un sistema de ***2 ecuaciones con dos incógnitas***

Resolver un sistema es encontrar la **solución** (o soluciones) **común** a todas ellas, o concluir que el sistema no tiene solución.

Hay tres métodos para resolverlos:

- ***Sustitución***

Ejemplo 17. $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - y = 0 \end{cases}$

En la 2ª ecuación despejamos la y y la sustituimos en 1ª ecuación

y =3x; 2x +3(3x) =1 11x =1

x =1/11

Una vez encontrado el valor de una de las incógnitas se sustituye (y =3x) para encontrar el valor de la otra incógnita:

y =3/11

Observación. Este método es muy adecuado cuando el coeficiente de, al menos, una de las incógnitas es **1**.

Igualación

Ejemplo 18. Resuelve el sistema:

$$\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 3x-y=0 \end{cases}$$

Despejamos la misma incógnita en las dos ecuaciones $y=\frac{1-2x}{3}$; y =3x.

Igualando $\frac{1-2x}{3}=3x$ □ 1-2x =9x □ 1= 11x □ **x =1/11**

Ahora para obtener el valor de la **y** se procede como en el caso anterior, es decir se sustituye el valor hallado en la ecuación que más convenga

En este caso en y =3x, nos queda **y** =3/11

Observación. Este método es muy adecuado cuando el coeficiente de una de las incógnitas es igual en las dos ecuaciones.

Reducción

Ejemplo 19. $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 3x-2y=0 \end{cases}$

Multiplicamos la 1ª ecuación por 2 y la 2ª por 3. (De esta forma el coeficiente de y en las dos ecuaciones es el mismo, el m.c.m.

Resulta: $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 3x-2y=0 \end{cases}$ □ $\begin{cases} 4x+6y=2 \\ 9x-6y=0 \end{cases}$

Sumando obtenemos 13 x =2 □ $x=\frac{2}{13}$

Sustituyendo el valor encontrado de **x** en la segunda ecuación:

$3\frac{2}{13}-2y=0$ y =3/13

Observación. Este método es muy adecuado en todos los casos.

Nota. A veces es más cómodo usar la reducción dos veces para encontrar el valor de la otra incógnita. (Ver ejercicio resuelto)

Ejercicios

Resuelve los siguientes sistemas por el método que creas más adecuado:

1) $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=2 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ 3x+4y=5 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x+3y=-3 \\ 2x-4y=0 \end{cases}$

4) $\begin{cases} y=3 \\ \frac{x}{2}+\frac{2y}{5}=-1 \end{cases}$

5) $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+y=7 \end{cases}$

6) $\begin{cases} \dfrac{x+3}{y}=5 \\ x-y=9 \end{cases}$

7) $\begin{cases} \dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{4}=3 \\ x+2y=12 \end{cases}$

Solución

Para quitar los denominadores multiplicamos por 4 la 1ª ecuación □ $\begin{cases} 2x+y=12 \\ x+2y=12 \end{cases}$

Le resolvemos por reducción doble.

Multiplicamos la 2ª ecuación por –2 □ $\begin{cases} 2x+y=12 \\ -2x-4y=-24 \end{cases}$

Sumando las dos ecuaciones obtenemos una equivalente: -3y = -12□**y =4**

Para encontrar el valor de x, eliminamos la y, para ello multiplicando la 1ª por -2 $\begin{cases} -4x-2y=-24 \\ x+2y=12 \end{cases}$ sumando –3x= -12□ **x =4**

8) $\begin{cases} 2x+3y=19 \\ 5x-2y=0 \end{cases}$

Problemas de aplicación

1) Calcula dos número cuya suma sea 8 y su producto 12.

2) La suma de dos número es 65 y su diferencia 23. Halla los números

3) La diferencia de dos números es 1/6. El triple del mayor menos el doble del menor es 1. Halla dichos números.

Sistemas de ecuaciones de 2º grado

Son aquellos en que al menos una de las ecuaciones es de 2º grado. Veremos con un ejemplo como proceder para obtener las soluciones

Ejemplo 20. Sea el sistema $\begin{cases} 2x^2+y^2=22 \\ 2x-y=4 \end{cases}$

En la 2ª ecuación despejamos la **y,** y la sustituimos en la 1ª

y = 2x-4□ $2x^2+(2x-4)^2=22$

$2x^2+4x^2-16x+16=22$; $6x^2-16x-6=0$,

Simplificando por 2 obtenemos: $3x^2-8x-3=0$, que es una ecuación de 2º grado completa:

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64-(-36)}}{6} = \left\langle \begin{array}{l} \frac{8+10}{8} = 3 \\ \frac{8-10}{6} = \frac{-1}{3} \end{array} \right. \quad y = \left\langle \begin{array}{l} 2 \\ \frac{-2}{3} - 4 = \frac{-14}{3} \end{array} \right.$$

Ejercicios
Resuelve los siguientes sistemas:

1) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ x^2 + y = 4 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 - y^2 = 9 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x + y = 5 \end{cases}$

Para resolver un problema es **conveniente** realizar cuatro fases[1]:
1ª. **Comprender** el problema.
Hay que leer el problema hasta familiarizarse con él y que podamos contestar, sin dudar, a las siguientes preguntas:
¿Cuáles son los datos? ¿cuál es la incógnita o incógnitas? ¿son las condiciones suficientes para determinar a las incógnitas? ¿son insuficientes?..
.

2ª Concebir un plan.
Determinar la relación entre los datos y la incógnitas.
De no encontrarse una relación inmediata puedes considerar problemas auxiliares.
¿Conoces problemas relacionados con éste?
¿Podrías plantear el problema de forma diferente?
¿Puedes cambiar la incógnita o los datos o ambos si fuera necesario, de tal forma que la nueva incógnita y datos estén en una relación más sencilla?...
¿Has considerado todas las nociones esenciales del problema?
....
Obtener *finalmente* **un plan** de solución.
Para nuestro caso:
Escribir la ecuación o ecuaciones que relacionan datos e incógnitas y analizar el sistema que forman.

3ª. Ejecutar el plan.
Resuelve el sistema por los métodos estudiados.

4ª. Examinar la solución obtenida.
Comprobar si las soluciones obtenidas son válidas y proceder en consecuencia.

Ejemplo 21.. Alejandra tiene 27 años más que su hija Carmen. Dentro de 8 años, la edad de Alejandra doblará a la de Carmen. ¿Cuántos años tiene cada una?
Solución. Sólo en este problema indicaremos con **detalle** las 4 fases
1º. Comprender el problema.
Es un problema con dos incógnitas y dos condiciones, luego suficientes para poder determinarlas.
Llamamos **x** a la edad de Alejandra e **y** a la de su hija.
Ordenamos los elementos del problema:

	Hoy	***dentro de 8 años***
La madre	x	x + 8
La hija	y	y + 8

2º. Concebir un plan.
Escribimos las ecuaciones que relacionan los datos con las incógnitas:
$x = 27 + y$
$x + 8 = 2(y + 8)$
Es un sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas. Lo resolveremos por el método de sustitución.
3º Ejecutar el plan.
$x = 27 + y$
Entonces:
$27 + y + 8 = 2(y + 8)$ de donde $35 - 16 = y$ □ **y = 19, x = 46**
4º Examinar la solución obtenida .
La solución obtenida es factible por ser entera.

El método empleado se puede usar en problemas “similares”.

Problemas resueltos
1. La edad de una madre es siete veces la de su hija. La diferencia entre sus edades es de 24 años. ¿qué edad tienen?.
Solución
Llamamos x a la edad de la hija, luego 7x será la edad de la madre.
$7x - x = 24$ □ $6x = 24$ □ **x =4**
Luego edad de la hija **4 años** y edad de la madre **28 años**
2. Halla un número tal que su mitad más su cuarta parte más 1, sea igual al número pedido.
Solución
Llamamos **x** al número que buscamos, la mitad del número es x/2 y su cuarta parte x/4

Entonces: $$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = x$$
Multiplicamos por el m.c.m. que es 4. Nos queda:
$2x + x + 4 = 4x$
x =4

3. Se atribuye a Pitágoras la siguiente respuesta sobre el número de sus discípulos:

- Una mitad estudia matemáticas, una cuarta parte física, una quinta parte guarda silencio, y además hay tres mujeres.
¿Cuántos discípulos tenía?
Solución
Llamamos **x** al número de sus discípulos.
Traduciendo a lenguaje algebraico las condiciones, se tiene:

$$\frac{x}{2}+\frac{1}{4}x+\frac{x}{5}+3=x$$

Multiplicando por 20, que es el m.c.m. , quitamos todos los denominadores
10x +5x +4x +60 =20x
Es decir, **x = 60 discípulos**

4. Dos poblaciones A y B distan 25km. Un peatón sale de A hacia B a una velocidad de 4km/h. Simultáneamente sale de B hacia A otro peatón a 6km/h. Calcula el tiempo que tardan en encontrarse.
Solución

A
B

25km
El espacio que recorre el peatón que sale de A es: E = v_A t =4.t
El espacio que recorre el peatón que sale de B es: E = v_B t = 6t
Cuando se encuentran habrán recorrido entre ambos los 25km
Por lo tanto: 4t +6t =25
10 t = 25 → t = 2,5 horas
Tardan en encontrarse 2 horas y media

5. En una jaula hay conejos y palomas, pueden contarse 35 cabezas y 94 patas. ¿Cuántos animales hay de cada clase?.
Solución
Llamamos **x** al número de conejos, **y** al número de palomas habrá entonces
x +y =35
Lo conejos tienen 4 patas, hay 4x patas de conejos
Las palomas 2 patas, luego tendremos 2y patas de palomas
El número de patas en total es 94 **4x + 2y= 94**

Es decir $\begin{cases} x+y=35 \\ 4x+2y=94 \end{cases}$ lo resolvemos por sustitución = y = 35 -x
4x +2(35 –x) = 94
4x + 70 –2x =94
2x =24 → **x =12 y** =35 –12 =**23**
Hay 12 conejos y **23** palomas

6. Había doble de leche en un envase que en otro. Cuando se extrajeron 15 litros de leche de ambos envases, entonces había tres veces mas leche en el primer envase que en el segundo. ¿Cuánta leche había originariamente en cada envase.
Solución.
Llamamos **x** al nº de litros de un envase.
En el otro envase habrá 2x litros.
Al extraer 20 litros de cada envase nos quedan

x -15 2x –15

2x –15=3(x –15) =3x – 45

x =30

En un envase había **30** litros y en el otro **60** litros

7. El hermano mayor de una familia con tres hermanos tiene 4 años más que el segundo y éste 3 más que el menor. Si entre todos tienen la edad del padre que tiene 40 años ¿qué edad tiene cada hermano ?

Solución

Llamamos **x =** edad del hermano menor. Entonces según las condiciones del problema:

x + 3 es la edad del hermano mediano

x +3 + 4 = x + 7 es la edad del hermano mayor

Como la suma de las edades de los hermanos es 40:

x + x +3 + x +7 = 40 □ 3x =40 –10 =30

x =10

Por lo tanto: edades de los tres hermanos: 10 , 13 y 17 años.

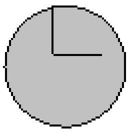
8. ¿ A qué hora forman por primera vez un ángulo rcto las agujas de un reloj, a partir del mediodía.

Solución

Es un caso particular de problemas de móviles.

La velocidad del minutero es doce veces mayor que la del horario. Podemos pues representar por 12 y 1 las velocidades respectivas de las dos saetas.

Si **x** es el nº de divisiones que ha recorrido la aguja horaria, la minutaría formará con ella ángulo recto cuando haya recorrido **x +15** divisiones



Al igualar los tiempos empleados por ambas, se obtiene:

$\frac{x}{1} = \frac{x+15}{12}$ □ 12x =x +15□x =15/11= 1minuto 21segundos

Se encuentran a las **12 horas 16 minutos 21 segundos**

9. La edad de un padre es el cuadrado de la de su hijo. Dentro de 24 años la edad del padre será el doble de la del hijo. ¿Cuántos años tiene ahora cada uno?

Solución

Llamamos **x** a la edad del hijo. La del padre será x^2

Dentro de 24 años el hijo tendrá x +24

Dentro de 24 años el padre tendrá x^2 +24

Por lo tanto $x^2 +24 = 2(x +24) = 2x +48$

La ecuación que resulta es de 2º grado.

$x^2 - 2x –24=0$

Por ser completa aplicamos la fórmula general:

$$x=\frac{2\pm\sqrt{4+96}}{2}=\begin{cases}\dfrac{2+10}{2}=6\\[2mm]\dfrac{2-10}{2}=-4\end{cases}$$

Aunque da dos soluciones, sólo la primera x =6 es válida, x =-4 no nos vale pues las edades no pueden ser negativas.
Por tanto el hijo tiene **6 años** y el padre **36 años**

10. Para vallar una finca rectangular de 750m^2 se han utilizado 110m de cerca. Calcular las dimensiones de la cerca.
Solución
Llamamos **x** a la base del rectángulo, e **y** la altura.
Como la superficie es el producto de la base por la altura, entonces **x .y =750**
El perímetro es la suma de los 4 lados:
2x +2y =110

Es decir tenemos el sistema $\begin{cases}x.y=750\\ 2x+2y=110\end{cases}$ De la primera ecuación se tiene y =750/x
Sustituyendo en la segunda:
$2x+\dfrac{2.750}{x}=110$ □ $2x^2+1500=110x$ □ $2x^2-110x+1500=0$

De donde $$x=\frac{110\pm\sqrt{110^2-4.2.1500}}{4}=\frac{110\pm\sqrt{12100-12000}}{4}=\begin{cases}\dfrac{110+10}{4}=30\\[2mm]\dfrac{110-10}{4}=\dfrac{45}{2}=22,5\end{cases}$$

Nos da **do**s soluciones:
Si la base es x =**30** □ la altura es **y =** 750/30 =**25**
Si la base es x = **22,5** □ la altura es **y =**750/22,5=100/3= **33,333**..
Ambas válidas.
Problemas propuestos
1. Un gavilán se cruza en vuelo con lo que parece un centenar de palomas. Pero una de ellas lo saca de su error:
- No somos cien -le dice-. Si sumamos las que somos, más tantas como las que somos, más la mitad de las que somos, y la mitad de la mitad de las que somos, en es caso, contigo, gavilán, seríamos cien.
¿Cuántas palomas había en la bandada?
2. El perímetro de un jardín rectangular es de 68 m. Si el lado mayor mide 10 m. más que el lado menor. ¿Cuánto miden los lados del jardín?
3. Halla dos números positivos cuya suma es 20 y la suma de sus cuadrados 250.
4. Un ciclista sale por una carretera a 15km / h. Media hora después sale otro en su persecución a una velocidad de 20km/h. ¿Cuánto tardarán en alcanzarse?
5. Halla un número tal que su mitad más su cuarta parte más 1, sea igual al número pedido.

6. En la primera prueba de una oposición queda eliminado el 70% de los participantes. En la segunda queda eliminado el 40% de los restantes. Si el número de personas que aprobaron los dos exámenes fue 36 ¿cuántas personas se presentaron a la oposición?
7. Calcula tres números sabiendo que son consecutivos y que su suma es igual al cuádruplo del menor.
8. La base de un rectángulo es 10cm más larga que la altura. Su área mide $600m^2$. Calcular las dimensiones del rectángulo.

9. Un ciclista sale por una carretera a 15km / h. Media hora después sale otro en su persecución a una velocidad de 20km/h. ¿Cuánto tardarán en alcanzarse?
10. El área de una lámina de plata es $48cm^2$, y su longitud es 4/3 de su anchura. Halla su longitud y su anchura.
11. Halla dos números cuya suma sea 24 y su producto 135.
12. Hallar tres números impares consecutivos, tales que si al cuadrado del mayor se le restan los cuadrados de los otros dos se obtiene como resultado 7.
13. Dos números son tales que el mayor menos la raíz cuadrada del menor es 22 y la suma de los números es 34. ¿Cuáles son los números.
14. Una caja mide 5cm de altura y de ancho, cinco cm. más que de largo. Su volumen es $1500cm^3$. Calcular la longitud y la anchura.
15. La diagonal de un rectángulo mide 26cm y el perímetro 68cm. Hallar los lados del rectángulo.

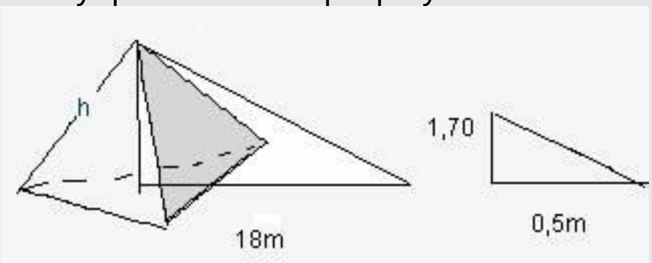
Los lados de un triángulo A'B'C' miden el doble que los de ABC. Si la superficie del primero es 18 dm^2, ¿cuál será la superficie del segundo?

2. La razón de las áreas de dos polígonos semejantes es 25/49. ¿Cuál es la razón de sus lados?
Solución
La razón de las áreas es el cuadrado de la razón de semejanza de los lados, por tanto, le de los lados e 5/7.

3. Dos ciudades que en la realidad están a 900km, aparecen en el mapa separadas 6cm. ¿A qué escala se ha dibujado el mapa?

4. Calcula la distancia a que se encuentran 2 ciudades si en el plano están a 13 cm.
Datos: escala 1: 1800000.

5. Calcula la altura de la pirámide sabiendo que la sombra que proyecta es de 18 m y que la sombra que proyecta Tales es de 0,5m. Nota. Tales mide 1,70 m.



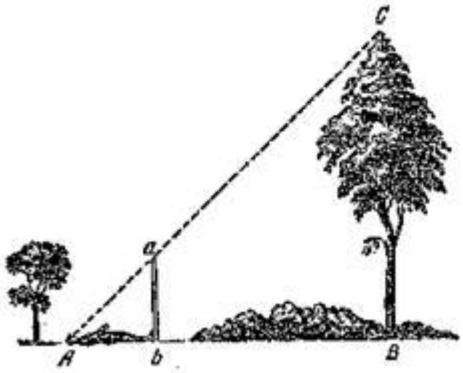
Por la semejanza de los triángulos

$\frac{h}{1{,}70} = \frac{18}{0{,}5}$ h = 61,2m

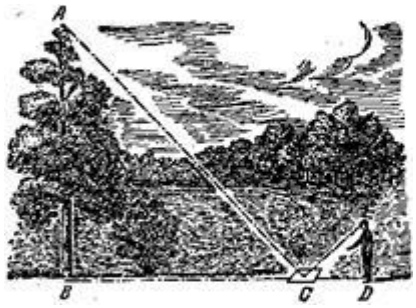
6. La sombra de un lápiz de10cm en un determinado momento es de 25cm. ¿Cuál será en ese momento la sombra de una torre de 40m?

7. Calcula la profundidad de un pozo de diámetro 2 metros, sabiendo que alejándose 0,7m del borde, desde una altura de 1,70m vemos que la visual une el borde del pozo con la línea del fondo.

8. Cálculo de la altura del árbol de las figuras. Datos: a) longitud de la estaca (ab) 1,3 metros. b) Altura del hombre 1,80m.

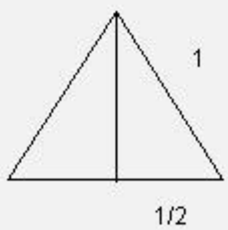
a) 

1m 3m

b) 

5 1

9. Dibuja un ángulo de 40º y calcula sus razones trigonométricas.



10. Calcula las razones trigonométricas del ángulo de 60º.

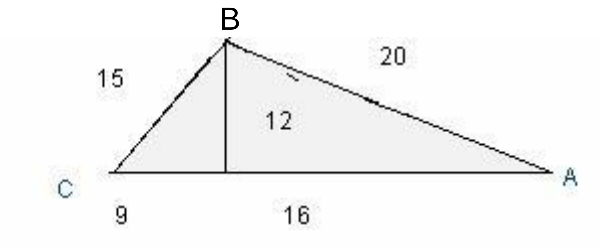
Solución

Dibujamos un triángulo equilátero, de lado 1,

La altura, h, por el teorema de Pitágoras, vale $h = \sqrt{1 - 1/4} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Por lo tanto: $sen\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\alpha = \frac{1}{2}$; $tg\alpha = \sqrt{3}$

11. Calcula, de dos formas diferentes, el seno de $\hat{A}$



12. Sabiendo que sen 30º =1/2 calcula, razonadamente, lo que vale el cos 60º.

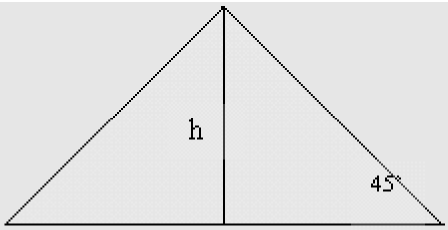
13. Sabiendo que tg 60º = $\sqrt{3}$ calcula tg 30º.

14. Sabiendo que $\cos\alpha = 0,3$, y α agudo calcula las restantes razones trigonométricas.
Solución
Sustituyendo el valor del coseno en la fórmula fundamental de la Trigonometría:
$sen^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
$sen^2\alpha + 0,3^2 = 1$, de donde $sen^2\alpha = 1 - 0,3^2$ =0,91

$sen\alpha = \sqrt{0,91} = 0,95$ $tag\alpha = \frac{0,95}{0,3} = 3,16$ $\cot ag\alpha = \frac{0,3}{0,95} = 0,31$

$sec\alpha = \frac{1}{0,3} = 3,33$ $cosec\alpha = \frac{1}{0,95} = 1,05$

15. Calcula las razones trigonométricas del ángulo agudo α conociendo:
a) $sen\alpha = 0,5$; b) $\cos\alpha = 1/3$; c) $tg\alpha = 1/4$;



16. Calcula la altura, el lado desconocido y el área .
Solución
Se tiene 10

$sen45° = \frac{h}{10}$ =0,707 **h =7,07** y

$tg45° = \frac{h}{15 - x}$ =1

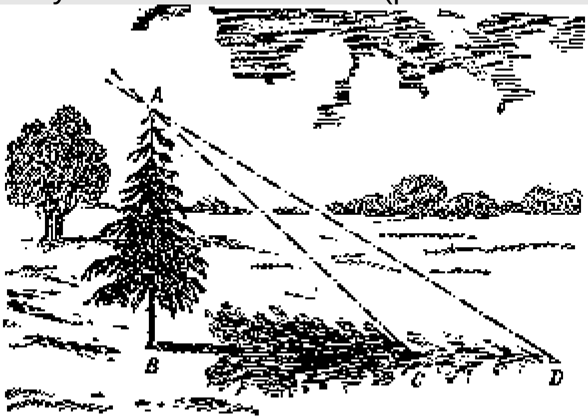
x 15-x

7,07= 15-x x = 7,93 , Por T. Pitágoras: 15

$y^2 = x^2 + h^2 = 62{,}88 + 49{,}98 = 112{,}86$ □ **$y = 10{,}62$** **A =(15.7,07)/2=53,25 u.s.**

17. Hallar el área y los ángulos del triángulo de lados 5, 7 y 10.

18[1].Calcula la altura del árbol sabiendo que el ángulo ADC es de 30º , el ACB 45º y la distancia CD =2m (problema de las tangentes)



Llamamos AB =h

$tag30° = \frac{h}{BD} = 0{,}57$ □ $h = 0{,}57.BD$

$tag45° = \frac{h}{BC} = 1$ □ $h = BC$

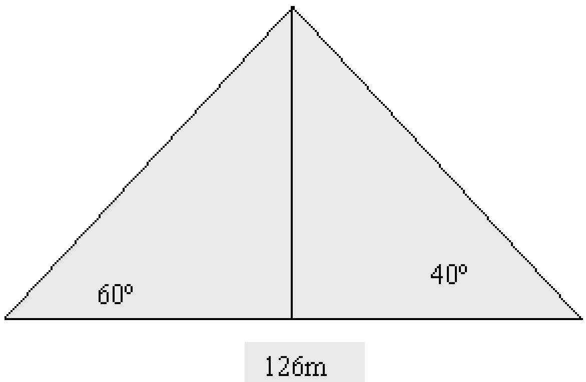
Como BD = BC +2 se tiene

0,57(BC +2) = BC y despejando

BC = 2,65 m

19. Epi y Blas ven pasar un avión con ángulos respectivos de 30º y 45ª. Si la distancia que les separa es de 2km, calcula la altura a que vuela el avión en todos los casos posibles.

20. Calcula la altura de un semáforo, sabiendo que desde un cierto punto A, se ve bajo un ángulo de 60º y si nos alejamos 40 metros se ve bajo un ángulo de 30º.

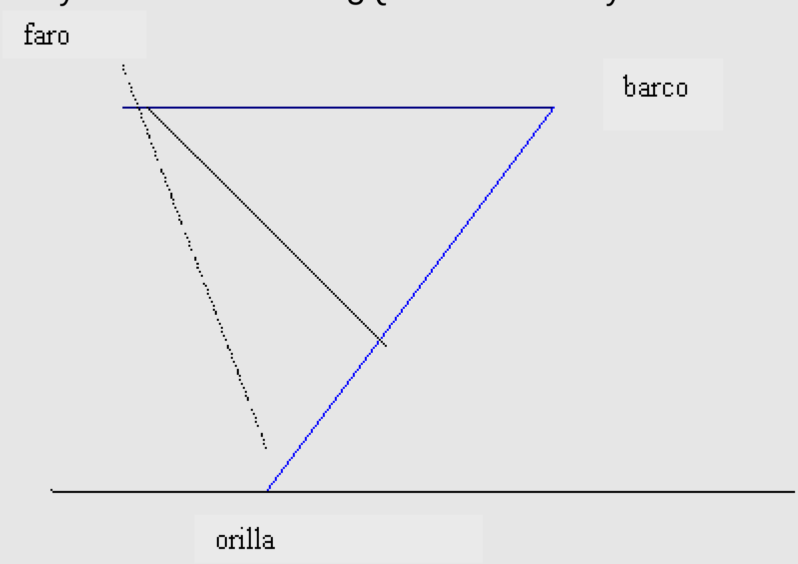


21. Una antena de radio está sujeta al suelo con dos cables de acero tirantes, como se indica en la figura. Calcula:

a) La altura de la torre.

b) La longitud de los cables.

22. La distancia de un barco a un faro es de 137 m , y a la orilla 211m. El ángulo bajo el cual se ve desde el barco el segmento cuyos extremos son el faro y la orilla es de 43º. ¿Qué distancia hay entre el faro y la orilla?



137 m

sen 43º =h/137 43º

h = 137.sen 43º=93,43 m h

x

cos 43º = x/137 y 211 m

x = 137.cos 43º =100,20

211-100,20=110,80m

Aplicando el T. Pitágoras
$y^2 = 93{,}43^2 + 110{,}80^2 = 21005{,}18$

y = 144,93m

23. Dos barcos salen de un puerto con rumbos distintos formando un ángulo de 54º, y con velocidades de 21 y 24 millas/h, respectivamente. ¿A qué distancia se encontrarán al cabo de una hora?

DESIGUALDADES E INECUACIONES. CLASIFICACIÓN

En este tema trataremos los siguientes aspectos:

- Concepto de desigualdad y de inecuación.
- Repaso de la función afín
- Resolución de inecuaciones de 1er grado con una incógnita.
- Repaso de la función cuadrática
- Resolución de inecuaciones de 2º grado con una incógnita.
- Repaso de la resolución gráfica de las ecuaciones con dos

incógnitas
- Inecuaciones de 1er grado con dos incógnitas.
- Sistemas de dos inecuaciones de 1er grado con dos incógnitas.

Se requieren los siguientes conocimientos previos
- Resolver ecuaciones de 1er y 2º grado con una incógnita
- Representar intervalos en la recta real
- Conocer el plano cartesiano
- Manejar la representación de funciones afines y cuadráticas

OBJETIVOS

- Reconocer las inecuaciones.
- Clasificar las inecuaciones atendiendo a su grado y el número de incógnitas.
- Relacionar las inecuaciones de 1er grado con una incógnita con las gráficas de funciones afines.
- Resolver inecuaciones de 1er con una incógnita.
- Relacionar las inecuaciones de 2º grado con una incógnita con las gráficas de las funciones cuadráticas.
- Resolver inecuaciones de 2º grado con una incógnita.
- Resolver gráficamente inecuaciones de 1er grado con dos incógnitas
- Resolver gráficamente sistemas de dos inecuaciones de 1er grado con dos incógnitas

SÍMBOLOS DE DESIGUALDAD

< > ≤ ≥

DESIGUALDADES: Expresiones en las que aparece un signo de desigualdad. Vemos que hay desigualdades en las que solamente aparecen números y otras en las que además	***Ejemplos de desigualdades:*** $3 < 7$ $-2 > -5$ $x \leq 2$

aparecen letras.

$x-3 \geq y$

INECUACIONES: Son desigualdades en las que aparecen letras y números con las operaciones usuales. Las letras son las variables o incógnitas de las inecuaciones.

Ejemplos de inecuaciones:

$x \leq 2$,

$x-3 \geq y$

$x^2-5x \leq 4$

$xy-3 > 0$

CLASIFICACIÓN DE LAS INECUACIONES Las inecuaciones se clasifican atendiendo al número de incógnitas y al grado de la expresión algebraica que aparece en ellas.

INECUACIÓN	TIPO
$2x-3 > x-5$	1º grado; 1 incóg.
$x-3 \geq y$	1º grado; 2 incóg
$x^2-5x \leq 4$	2º grado; 1 incóg.
$xy-3 > 0$	2º grado; 2 incóg.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

1Copia en tu cuaderno las siguientes desigualdades, y di cuáles son inecuaciones indicando su grado y número de incógnitas:

a) $2x \leq -2$ b) $-3 \geq 2$ c) $x^2y > 1$ d) $x^2-5y \leq 0$

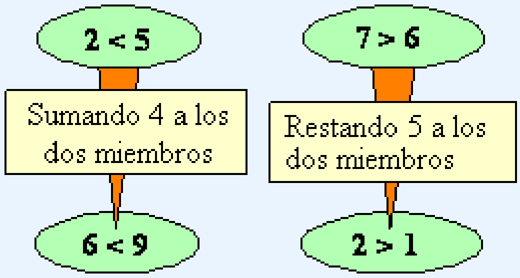
e) $2x-2y \geq 2(x-y)$ f) $4(x-3) -2 < 2(x-1)$ g) $x-y^2 < 2x-y$ h) $3x^3+2y \geq x^2$

- **PROPIEDADES DE LAS DESIGUALDADES**

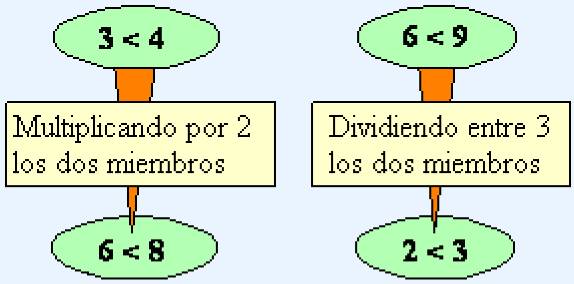
- Si sumamos o restamos un mismo número a los dos

- **Ejemplos**

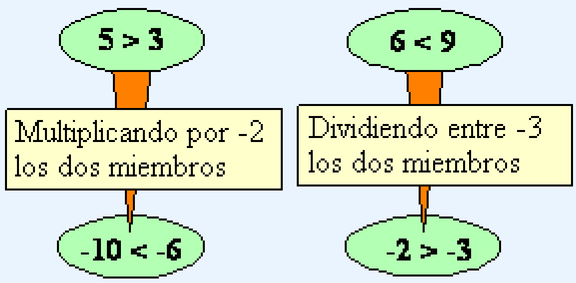
miembros de una desigualdad, resulta otra del mismo sentido.



- Si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una desigualdad por un mismo número positivo, resulta otra del mismo sentido.



- Si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una desigualdad por un mismo número negativo, resulta otra de sentido contrario.



ACTIVIDADES PROPUESTAS

- Copia en tu cuaderno la siguiente tabla y complétala escribiendo en la columna derecha el resultado de aplicarle a los dos miembros de la desigualdad de la 1ª columna la operación indicada en la segunda:

• x-3	• Sumar 3	•

• x+7	• Restar 7	•
• 4x	• Dividir	•
• -2x	• Dividir	•
• x-9	• Sumar 9	•
• -3x	• Dividir	•

- Completa la escena siguiente con las respuestas correctas en cada caso:

- **RESOLVER UNA INECUACIÓN**

- Consiste en buscar el valor o valores de la(s) incógnita(s) para que la desigualdad sea verdadera.

- **SOLUCIONES DE UNA INECUACIÓN**

- Valores de la (s) variable (s) para los que se cumple la desigualdad.

- **Ejemplo:** Inecuación: $x-3 > 2$
- Sumando 3 a ambos miembros, obtenemos:
  - $\mathbf{x > 5}$

- *Soluciones*: Todos los números reales mayores que 5,
- $\mathbf{x \in (5, \infty)}$

- **INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA**

- Las inecuaciones de 1er grado con una incógnita son las que
siguientes formas básicas:

- ax + b < 0 ax + b > 0 ax + b ≤ 0 ax + b ≥ 0

- Resolución: Se representa la función afín y = ax + b, y se
ıx+b tiene el signo que se pide en cada caso.

- **Ejemplo**: Resolvamos la inecuación: 2x - 3 ≤ 0

- Representamos la función y = 2x - 3
- Dibújala también en tu cuaderno

- **Contesta en tu cuaderno:**
  - ¿Para qué valor de "x" resulta **2x - 3 = 0**?. Expresa el
na decimal y en forma de fracción.
  - ¿Para qué valores de "x" resulta **2x - 3 < 0**?
- Respondiendo correctamente a las cuestiones
emos las **soluciones de la inecuación**:

  - x ≤ 1,5

- en forma de intervalo:

- x ∈ [−∞;1,5]

- **ACTIVIDADES PROPUESTAS**

- Resuelve las siguientes inecuaciones. traza las gráficas de las funciones
s en cada caso:

- a) 2x + 6 < 0 b) 3x – 2 ≥ 0 c)5x + 8 ≤ 0
- d) 7x < 0 e) –x + 4 < 0 f) –2x – 5 ≥ 0
- g) –4x ≥ 0 h) 15x – 25 ≤ 0

INECUACIONES DE PRIMER GRADO CON DENOMINADORES

Al igual que en las ecuaciones, también pueden presentársenos inecuaciones con paréntesis y denominadores. Para resolverlas obtendremos inecuaciones equivalentes a la dada pero con expresión cada vez más sencilla, hasta llegar a una de las formas conocidas.	
El proceso a seguir es el mismo que para las ecuaciones:	**Ejemplo:** Resolvamos la inecuación: $\frac{5x-3}{4}+2(x+1)<\frac{8x+9}{3}$
1º.- **Quitar paréntesis.**	**1º.- Quitamos paréntesis** $\frac{5x-3}{4}+2(x+1)<\frac{8x+9}{3} \Rightarrow \frac{5x-3}{4}+2x+2<\frac{8x+9}{3}$
2º.- **Quitar denominadores.**	**2º.- Quitamos denominadores** $\frac{5x}{4}-\frac{3}{4}+2x+2<\frac{8x}{3}+3 \Rightarrow$ $15x-9+24x+24-32x-36<0$
3º.- **Reducir términos semejantes** (hasta obtener una inecuación de una de las formas básicas).	**3º.- Reducimos términos semejantes** $7x-21<0 \Rightarrow x-3<0$
4º.- **Resolver la inecuación.**	**4º.- Resolvemos la inecuación** $x \in (-\infty,3)$

ACTIVIDADES PROPUESTAS

Resuelve las siguientes inecuaciones de 1[er] grado con denominadores:

a) $6x - 3 > 5x - 7$

b) $-(x - 9) \leq -2(x-3) + 5$

c) $6(2x - 1) - 7 \leq -2(5x - 2) + 5x$

d) $10x - 9(2x + 1) - 3x > 5(x - 5)$

e) $\frac{2x+1}{3} < \frac{-x+2}{4} - 2$

f) $\frac{x-7}{6} > \frac{x}{4} - \frac{x+2}{3} - 1$

g) $\frac{x-3}{2} + 4 < \frac{x+9}{3}$

h) $\frac{x+2}{4} - \frac{x-1}{6} < \frac{x+2}{3} - 1$

i) $\frac{3}{8} - \frac{x-1}{3} < \frac{x-3}{12} - \frac{2x-5}{8}$

j) $-2(x-2) + 5 \leq 4(2x - 7) - 3$

k) $(x - 2)(x + 3) \leq x(x - 1) - 8$

l) $\frac{-x-3}{6} - \frac{x+4}{9} \leq -1 - \frac{x+4}{12}$

INECUACIONES DE SEGUNDO GRADO CON UNA INCÓGNITA

Las inecuaciones de 2º grado con una incógnita son las que se presentan según alguna de las siguientes formas básicas:

$Ax^2+Bx+C < 0$ $\quad$ $Ax^2+Bx+C > 0$ $\quad$ $Ax^2+Bx+C \leq 0$ $\quad$ $Ax^2+Bx+C \geq 0$

Resolución: Se hace la gráfica de la función cuadrática $y = Ax^2+Bx+C$, y se observa donde $y = Ax^2+Bx+C$ tiene el signo que se pide en cada caso.

Ejemplo: Resolvamos la inecuación: $2x^2-3x+1 \leq 0$

Representamos la función $y = 2x^2-3x+1$

Dibújala también en tu cuaderno.

Contesta en tu cuaderno:

1. ¿Para qué valor de "x" resulta $\mathbf{2x^2-3x+1 = 0}$?
2. ¿Para qué valores de "x" resulta $\mathbf{2x^2-3x+1 < 0}$?

Recuerda que para observar más de cerca la gráfica puedes variar el zoom de la escena pulsando sobre el botón derecho del ratón y arrastrando hacia arriba para acercarte y hacia abajo para alejarte.

Si respondemos correctamente a las cuestiones planteadas obtenemos las soluciones de la inecuación:

$$\mathbf{x \in [0{,}5\ ;\ 1]}$$

ACTIVIDADES PROPUESTAS

Resuelve las siguientes inecuaciones. Utiliza la escena anterior para ver las gráficas de las funciones correspondientes en cada caso:

a) $x^2 - 5x + 6 < 0$ b) $2x^2 - x + 3 \geq 0$ c) $4x^2 + 4x + 1 \leq 0$

d) $x^2 + 7x < 0$ e) $2x^2 + 3x - 5 < 0$ f) $x^2 - 2x + 1 \geq 0$

g) $-x^2 - 8x + 9 > 0$ h) $-3x^2 + 5x - 2 \leq 0$

INECUACIONES DE 1er GRADO CON DOS INCÓGNITAS

Recuerda que una ecuación con dos incógnitas de la forma $ax+by+c = 0$ tiene infinitas soluciones, que son todos los pares de valores (x,y) que la cumplen.

Gráficamente si representamos en el plano de coordenadas esos infinitos puntos, resulta una recta.

Ejemplo: En la siguiente escena vemos en color rojo la solución gráfica de la ecuación $3x-2y-3 = 0$.

Utilizando el ratón, mueve el punto P.

Observa que debajo de la ecuación de la recta aparece el valor que toma la expresión ax+by+c si substituimos x e y por las coordenadas del punto P.

<u>Contesta en tu cuaderno</u>:

1. ¿Qué signo tiene el valor de la expresión cuando el punto P pertenece a la recta?
2. ¿Qué signo tiene el valor de la

expresión cuando el punto P está en la zona superior de la recta?¿ y en la inferior?

3. Modifica los valores de “a”, “b” y “c” para tener la recta: $3x+5y-1 = 0$ y vuelve a mover el punto P.
4. Repite con esta recta las cuestiones 1 y 2.

Observamos que toda recta divide al plano en dos zonas (semiplanos). Cualquier punto que se substituya en la expresión dará siempre un resultado que será:

- **Positivo**, para todos los puntos de uno de los lados
- **Negativo**, para los del otro lado
- **0**, para los puntos de la recta.

RESOLUCIÓN DE LAS INECUACIONES DE 1^er GRADO CON DOS INCÓGNITAS

Las inecuaciones de 1er grado con dos incógnitas son las de alguna de las siguientes formas básicas:

$\mathbf{ax + by + c < 0}$ $\mathbf{ax + by + c > 0}$ $\mathbf{ax + by + c \leq 0}$ $\mathbf{ax + by + c \geq 0}$

Resolución: Se hace la gráfica de la recta $ax + by + c = 0$, y se busca cuál es la zona donde $ax+by + c$ tiene el signo que se pide en cada caso.

Ejemplo: Resolvamos la inecuación: $\mathbf{x - 2y + 3 \leq 0}$

Hacemos la gráfica de la recta $\mathbf{x - 2y + 3 = 0}$.

Dibújala también en tu cuaderno.

Buscamos la zona correspondiente probando con un punto.

El más fácil es el (0,0), resultando:

Valor $= 0 - 2 \cdot 0 + 3 = 3 > 0$

Por tanto la zona es "la que contiene al (0,0)".

En la escena, para elegir la zona correspondiente, pulsa en el botón “zona” y elige “1” o “2” para cambiar de una a otra.

Observa que en este caso también se incluye la propia recta y por eso se dibuja con una línea continua. Cuando la desigualdad sea estricta, es decir, "<" o ">", la recta la dibujaremos con trazo más fino o discontinuo..

En la escena, para indicar que la recta está incluida elige "SI" en el pulsador "recta". Si no está incluida elige la opción "NO"

ACTIVIDADES PROPUESTAS

Resuelve las siguientes inecuaciones. (Utiliza la escena anterior para ver las gráficas de las rectas correspondientes en cada caso, Haz también las gráficas en tu cuaderno):

a) $x - 2y - 3 > 0$ b) $2x - y \leq 6$ c) $2x + y > 5$
d) $3x - y \geq 0$ e) $-x + 4y < 3$ f) $2x - 3y \leq -1$
g) $3x - 2y \leq 13$ h) $x - 5y \geq 0$

SISTEMAS DE DOS INECUACIONES DE 1er GRADO CON DOS INCÓGNITAS

Resolver un sistema de dos o más inecuaciones de 1er grado con dos incógnitas consiste simplemente en resolver cada una de ellas y hacer la correspondiente gráfica en un mismos sistema de referencia, así observaremos más fácilmente la solución do sistema.

Ejemplo: Resolver el sistema de inecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l} x-2y+3\geq 0 \\ 2x+3y-1<0 \end{array}\right\}$$

1º. Hacemos, en un mismo sistema de referencia, las gráficas de las rectas:

x –2y + 3 = 0

2x + 3y – 1 = 0.

2º. Rayamos las zonas correspondientes a los puntos solución de cada una de las inecuaciones.

La solución del sistema será el conjunto de puntos que son al mismo tiempo solución de ambas inecuaciones (en el gráfico corresponde a la zona doblemente rayada).

ACTIVIDADES PROPUESTAS

Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones. (Utiliza la escena para ver las gráficas de las funciones correspondientes y dibújalas en tu cuaderno).

a) $\left.\begin{array}{l} 2x+y>5 \\ 3x-y\geq 0 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{l} x-2y-3>0 \\ 2x-y+6\leq 0 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{l} -x+4y<3 \\ 2x-3y\leq -1 \end{array}\right\}$ d) $\left.\begin{array}{l} 3x-2y\leq 13 \\ x-5y\geq 0 \end{array}\right\}$

Autor: Xosé Eixo B.

ACTIVIDADES PROPUESTAS

Plantear un modelo general para solucionar sistemas nxn; es decir, n ecuaciones lineales con n incógnitas.

Evaluación

- Socializar los contenidos de la presente guía, sustente y discuta en pequeños grupos los ejercicios y problemas planteados.
- Resuelva y sustente por CIPAS, los ejercicios de estos capítulos, de acuerdo a la orientación del tutor del texto: Matemáticas Universitarias de Allendoerfer y los ejercicios integrales del material de apoyo aportado por el tutor.
- dentro de la guía se encontraran ejercicios y problemas resueltos que el estudiante resolverá y presentara en un portafolio para ser revisados por el tutor, se hará una socialización y corrección de algunos problemas propuestos al azar, se tendrá en cuenta una autoevaluación que cada estudiante hará, una cooevaluación que le harán los estudiantes del grupo y una hetero-evaluación que será realizada por el tutor teniendo en cuenta los aspectos cognitivos, actitudinales y comporta-mentales del estudiante, al igual que las competencias interpretativa, argumentativa y proposicional.

Acreditación del Núcleo Problemico

La acreditación de la unidad amerita un trabajo secuencial, individual y por CIPAS que le permitan al estudiante un desarrollo adecuado de los procesos de factorización y la solución de ejercicios de aplicación a las ecuaciones lineales y cuadráticas mediante la interpretación analítica y gráfica de sus soluciones.

Quien acredite un nivel mínimo en el manejo conceptual, operativo y gráfico de estos componentes, avanzará positivamente en el proceso evaluativo tutorial.

CALENDARIO DEL MODULO

(Se debe definir en semanas, de forma que ajuste con el modelo pedagógico uniminuto – en l modalidad de distancia)

UNIDAD DE APRENDIZAJE	ACTIVIDADES DE APRENDIZAJE	SEMANA
Acuerdo Pedagógico	**Presentación del modulo, firma de acuerdos, entrega del PIC y asignación de actividades y consultas para ser discutidas el 20 de febrero**	**1 24 de Abril**
Lógica y Conjuntos	**Trabajo en pequeños grupos para la preparación de la socialización de la temática, y resolución de la guía del modulo 1, Evaluación y control de actividades.**	**2 8 de mayo de 2010**
Pensamiento y Sistema Numérico Algebra Básica	**De manera individual en la distancia el estudiante realizará una síntesis de los contenidos consultados en la bibliografía sugerida, resolverá los ejercicios y problemas propuestos y en el encuentro presencial se aclararan las dudas, se corregirán algunos ejercicios y problemas y se evaluará el portafolio**	**3 15 de mayo de 2010**
Pensamiento Variacional y sistemas algebraicos	**De manera individual en la distancia el estudiante realizará una síntesis de los contenidos consultados en la bibliografía sugerida, resolverá los ejercicios y problemas propuestos y en el encuentro presencial se aclararan las dudas, se corregirán algunos ejercicios y problemas y se evaluará el portafolio**	**4 22 de mayo de 2010**
		5
		6
		7
		8

METODOLOGIA

En la educación a distancia es importante que el estudiante asuma una estricta responsabilidad con sus procesos, condición que lo lleva a adquirir auto exigencia con su aprendizaje. Debido a que ese proceso es básicamente individual y por lo tanto no dispone de la presencia constante del tutor, el estudiante debe considerar la capacidad para organizar el tiempo de su estudio por si mismo (autodisciplina), teniendo en cuenta que esta modalidad presenta flexibilidad en los horarios.

La palabra método significa camino (odos), para llegar a un fin (meta), en este sentido el concepto de metodología integra los métodos y las técnicas para desarrollar habilidades conducentes a adquirir una competencia.

Usted cuenta con Varios recursos a su disposición los cuales le ayudaran a alcanzar la competencia al final de este modulo. Ellos son:

Se recomienda leer y consultar como textos complementarios en lo conceptual y referente a aplicaciones, los siguientes:

- Se recomienda leer los capítulos 6 y 8 sobre ecuaciones e inecuaciones lineales del texto, Matemáticas Universitarias de Allendoerfer.
- Lectura analítica de los capítulo 2 y 3 sobre ecuaciones lineales de las Matemáticas Aplicadas a la Economía y a la Administración, de Jagdish C. Arya/ Robin W. Lardner. Editorial Prentice Hall. 1996.
- Se recomienda leer los capítulos 5 y 6 del texto, Matemáticas Aplicadas a la Administración y a la Economía Jagdish C. Arya/ Robin W. Lardner. Editorial Prentice – Hall. Tercera edición. México 1989.

Se recomienda visitar y consultar las direcciones abajo citadas

http://carmesimatematic.webcindario.com/cuadernoactividadescuarto.htm

http://www.vitutor.net/1/38.html Los contenidos y titularidad del dominio corresponden a Juan Carlos Fernández Gordillo, para más información sobre **vitutor.net** puedes consultar la página: http://www.whois.net/whois_new.cgi?d=vitutor.net&tld=com.

http://www.eduteka.org/SoftMath5.php Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN),
Estándares Curriculares para Matemáticas, Bogotá, Mayo de 2003

POLITICAS

El estudiante debe consultar y realizar las consultas y lecturas recomendadas, sintetizar los conceptos en un portafolio, resolver los ejercicios y problemas propuestos en la guía, asistir puntualmente a las sesiones presenciales y a los cipas programados en los acuerdos del 13 de febrero, participar activamente de las actividades de socialización y trabajo colaborativo.

Rol del Tutor:

El propósito fundamental del tutor es el de dar un servicio a los estudiantes, facilitando su proceso de aprendizaje y el logro de sus competencias. La supervisión que hagan los tutores se enfocará tanto a los procesos, como a los productos de aprendizaje que evidencien desarrollo de habilidades que conlleven a alcanzar la competencia, para ello el tutor asume entre otros los compromisos de:

- Atender directamente a los estudiantes a él asignados utilizando diversos medios: encuentro tutorial, teléfono, celular, fax, e-mail, sistemas de mensajería y/o cualquier otro medio acordado previamente con el estudiante , de manera que pueda ayudarle a aclarar sus dudas a partir del uso de diversas estrategias didácticas.
- Asistir al lugar de tutoría asignado, en la hora y el dia indicados previamente para tal fin:
- Respetar el calendario académico y cada una de las actividades propuestas en el
- Guiar, facilitar, asesorar y orientar al estudiante en su proceso de aprendizaje
- Suscitar la reflexión e indagar a los estudiantes sobre su proceso de aprendizaje
- Evaluar las actividades teniendo en cuenta los criterios de evaluación socializados al estudiante al plantearse la actividad.
- Retroalimentar las actividades y sus evidencias de competencia en las fechas acordadas con el tutor.
- Las dudas académicas serán atendidas por teléfono, fax, e-mail y medios como foros en aulas virtuales.

Rol del estudiante

Asumamos que los estudiantes son participantes, honestos y comprometidos que. Como tales, son los principales responsables de iniciar, dirigir y sostener sus propios procesos de aprendizaje. Cada estudiante se compromete a propiciar las condiciones que estén a su alcance para maximizar las oportunidades de aprendizaje de acuerdo a su contexto y posibilidades. De igual forma se asume que nuestros estudiantes no incurrirán en actos deshonestos y de plagio intelectual de ideas en las diversas formas de interacción, actividades terminales e intermedias. Se espera que los estudiantes participen activamente en cada una de las actividades descritas en la guía de estudio, para ello es necesario tener en cuenta que:

- El estudiante es el protagonista del proceso de aprendizaje, que lo lleva a ser mas activo y propositivo, por consiguiente a desarrollar el auto – estudio
- Debe estar preparado para participar activamente de las actividades de aprendizaje, habiendo leído los contenidos de su texto de estudio y materiales adicionales relacionados en la guía de estudio.
- Debe realizar las actividades planteadas en la guía de estudio, entregando las evidencias de manera acorde a los planteado en los criterios de evaluación, dentro de los tiempos establecidos en le calendario y bajo las instrucciones descritas en cada actividad.
- En las evidencias escritas, deberá saber citar las fuentes, es decir usar debidamente la bibliografía a fin de evitar el plagio.

Bibliografía

http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Inecuaciones/inec2_1inc.html

http://carmesimatematic.webcindario.com/cuadernoactividadescuarto.htm

http://www.vitutor.net/1/38.html Los contenidos y titularidad del dominio corresponden a Juan Carlos Fernández Gordillo, para más información sobre **vitutor.net** puedes consultar la página: http://www.whois.net/whois_new.cgi?d=vitutor.net&tld=com.

http://www.eduteka.org/SoftMath5.php Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN), Estándares Curriculares para Matemáticas, Bogotá, Mayo de 2003

Allendoerfer, C y Oakley, Cletus O. Matemáticas Universitarias. Cuarta edición revisada. Editorial Mc Graww- Hill. Santafé de Bogotá D.C. 1994 Cáp. 4, 5, 6, 7, 8, 10 y 11.

Arya, J y Lardner, R. Matemáticas aplicadas a la administración y a la economía. Tercera edición. Editorial Prentice Hall. 1989. capítulos 1 al 6.

Materiales de apoyo elaborados por el tutor sobre álgebra básica y ecuaciones y sus aplicaciones.

Sydsaeter – Hammond, Knut – Meter J.: Matemáticas para el análisis económico; Prentice – Hall, 1996.